



EcoGestion

www.ecogestion.ma

Filières : - Sciences Economiques
- Sciences de Gestion Comptable

FICHES DE COURS

PARTIE 3 : Les échanges extérieurs

2019- 2020

Fiche 4- L'ajustement linéaire par la méthode des moindres carrés

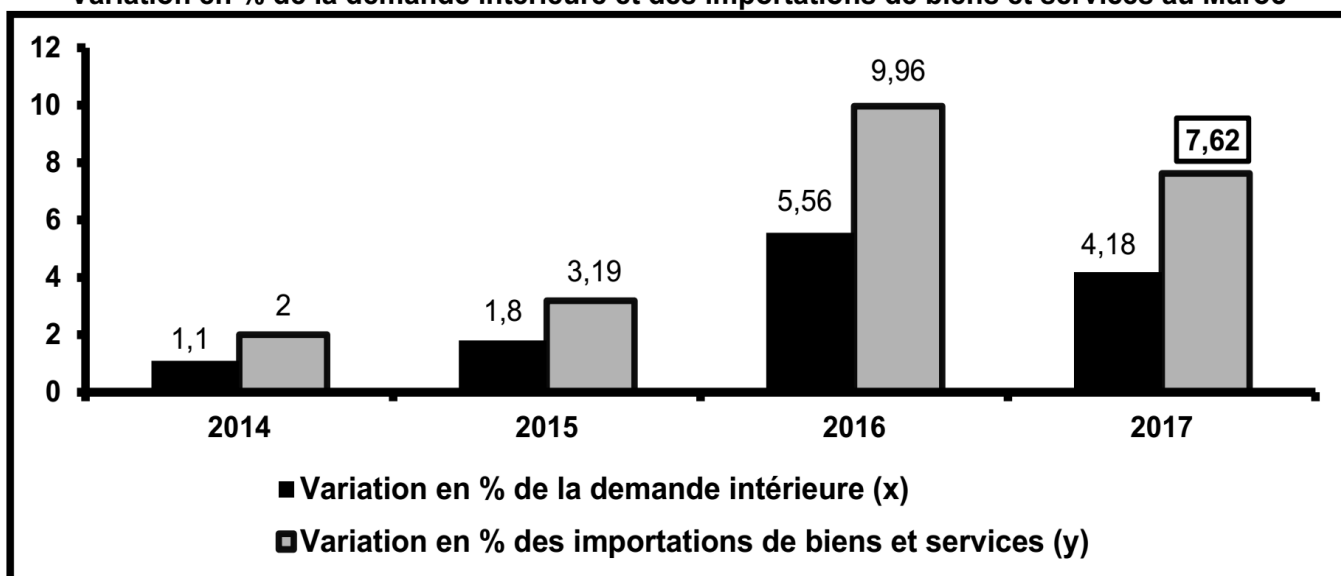
➤ Définition et calcul

Définition	L'ajustement consiste à trouver la courbe la mieux appropriée pour représenter le nuage de points et de déterminer son équation. Il permet de vérifier la relation entre deux variables.	
L'équation de la droite d'ajustement	$y = ax + b$	x : La variable explicative y = La variable expliquée
Les paramètres de la droite d'ajustement	a	<p>Deux méthodes de calcul :</p> <p>- La méthode des écarts :</p> $a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$ <p>- La méthode développée :</p> $a = \frac{\sum x_i y_i - N \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - N \bar{x}^2}$ <p>$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$ $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N}$</p>
	b	$b = \bar{y} - a \bar{x}$
L'intérêt de la méthode	<p>- La méthode permet d'exploiter les données présentes pour établir des prévisions en utilisant l'équation de la droite d'ajustement.</p> <p>- La méthode permet également de vérifier la relation entre les deux paramètres x et y</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si $a > 0$: la relation entre x et y est positive ou linéaire ; • Si $a < 0$: la relation entre x et y est négative. 	

➤ Exemples d'application

EXEMPLE 1 :

Variation en % de la demande intérieure et des importations de biens et services au Maroc



Source : HCP, Comptes nationaux provisoires 2015 et 2017

[2]

TRAVAIL A FAIRE :

- 1° Déterminez l'équation de la droite d'ajustement linéaire selon la méthode des moindres carrés (méthode développée), sachant que : x = Variation en % de la demande intérieure ; y = Variation en % des importations de biens et services et $\sum xi yi = 95,17$; $\sum xi^2 = 52,83$; $\bar{x} = 3,16$; $\bar{y} = 5,69$
- 2° Déduisez la tendance de l'évolution en % des importations de biens et services en fonction de celle de la demande intérieure.
- 3° Calculez la variation des importations pour l'année 2017 sachant que celle prévue de la demande intérieure est de 6%.

SOLUTION :

1° calcul des paramètres de la droite d'ajustement a et b

$$a = \frac{95,17 - (4 \times 3,16 \times 5,69)}{52,83 - (4 \times (3,16)^2)} \text{ donc } a = 1,80 \quad b = 5,69 - (1,80 \times 3,16) \text{ donc } b = 0$$

Donc l'équation de la droite d'ajustement est $y = 1,8x + 0$

2° Puisque « a » est positif, donc la variation en % de demande intérieure et la variation en % des importations de biens et services évoluent dans le même sens, donc toute augmentation de la demande intérieure entraîne celle des importations de biens et services et vice versa.

3° Calcul de la variation des importations

$y = 1,8 \times 6 + 0$ donc $y = 10,8\%$ ainsi si la demande intérieure augmenterait de 6% en 2017, les importations vont augmenter de 10,8 %.

EXEMPLE 2 :

Taux d'inflation et évolution des crédits bancaires en %

Année (xi)	2011	2012	2013	2014	2015
Variation en % des crédits bancaires (yi)	10,6	4,6	3,9	2,2	0,2
Taux d'inflation	0,9	1,3	1,9	0,4	1,6

Source : www.lavieeco.com au 05/10/2015 et au 01/02/2016

TRAVAIL A FAIRE :

- 1° Déterminez l'équation de la droite d'ajustement linéaire selon la méthode des moindres carrés (méthode développée), sachant que : xi = Les années ; yi = Variation en % des crédits bancaires ; $\sum xi yi = 41,3$; $\sum xi^2 = 55$; $\bar{y} = 4,3$
- 2° Calculez le taux d'évolution prévisionnel du crédit bancaire pour l'année 2017.

SOLUTION :

1° Calcul des paramètres de la droite d'ajustement a et b

$$\bar{x} = \sum xi / n = 15 / 5 = 3$$



La moyenne \bar{x} ne se calcule pas en faisant la somme des années mais la somme des rangs des années 2011 : 1 ; 2012 : 2 ; 2013 : 3 ; 2014 : 4 et 2015 : 5 donc la somme des rangs est égale à 15 qu'on divise sur le nombre qu'est 5 on obtient : 3

$$a = (41,3 - (5 \times 3 \times 4,3)) / (55 - (5 \times (3)^2)) = -23,2 / 10 \text{ donc } a = -2,32 \quad b = 4,3 - (-2,32 \times 3) \text{ donc } b = 11,26$$

Ainsi l'équation de la droite d'ajustement peut s'écrire : $y = -2,32x + 11,26$

2° Calcul du taux d'évolution du crédit bancaire pour l'année 2017

$y = -2,32 \times 7 + 11,26$ donc $y = 4,98\%$, 7 est le rang de l'année 2017.